

# Wymagania edukacyjne z matematyki dla klasy 3a

## Zakres podstawowy i rozszerzony

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wysokie (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wysokie (W)** dotyczą zagadnień trudnych i oryginalnych.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

|                     |   |  |
|---------------------|---|--|
| ocena dopuszczająca | – | wymagania na poziomie (K)                      |
| ocena dostateczna   | – | wymagania na poziomie (K) i (P)                |
| ocena dobra         | – | wymagania na poziomie (K), (P) i (R)           |
| ocena bardzo dobra  | – | wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)      |
| ocena celująca      | – | wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W) |

### 1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli opanował poziom (K):

Poziom (K)

|  |
|--|
| • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu        |
| • zaznacza kąt w układzie współrzędnych  |
| • określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta   |
| • wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach   |
| • zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie   |
| • odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu   |
| • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności                                     |
| • szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności              |
| • szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności   |
| • uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia   |
| • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus                          |
| • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów |
| • stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów                                    |

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania trygonometryczne</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych</li> </ul> |

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy **(K)** i **(P)**

Poziom **(P)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>135^\circ</math>, <math>150^\circ</math></li> </ul>                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje miarę danego kąta w postaci <math>k \cdot 360^\circ + \alpha</math>, <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y = af(x)</math> oraz <math>y =  f(x) </math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje dany kąt w postaci <math>k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha</math> lub <math>k \cdot 90^\circ \pm \alpha</math>, gdzie <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> </ul>                        |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)** i **(R)**

Poziom **(R)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>-90^\circ</math>, <math>315^\circ</math>, <math>1080^\circ</math></li> </ul>                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(ax)</math> oraz <math>y = f( x )</math>, gdzie <math>y = f(x)</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności</li> </ul>                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza zbiór wartości funkcji złożonej</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li> </ul>  |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)**, **(R)** i **(D)**

Poziom **(D)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do</li> </ul>   |

|   |
|---|
| przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li> </ul> |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów **(K)** – **(W)**  
Poziom **(W)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności</li> </ul>          |

## 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli opanował poziom **(K)**  
Poziom **(K)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje koło w układzie współrzędnych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wektorach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy wektory są równoległe</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych</li> </ul> |

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy **(K)** i **(P)**  
Poziom **(P)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami</li> </ul> |
|---|

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci ogólnej</li> </ul>                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje koło w układzie współrzędnych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną – trudniejsze przypadki</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>              |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)** i **(R)**

Poziom **(R)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem</li> </ul>                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia</li> </ul>                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną</li> </ul>                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej</li> </ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)**, **(R)** i **(D)**

Poziom **(D)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w trudniejszych zadaniach z parametrem</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>  |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów **(K)** – **(W)**

Poziom **(W)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności</li> </ul> |

### 3. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli opanował poziom **(K)**

Poziom **(K)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul> |
|--|

|  |
|--|
| • wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie  |
| • szkicuje wykres ciągu  |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów  |
| • wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach   |
| • uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny  |
| • wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym  |
| • bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach   |
| • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach                               |
| • podaje przykłady ciągów arytmetycznych   |
| • wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica  |
| • określa monotoniczność ciągu arytmetycznego  |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy   |
| • stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego  |
| • sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach   |
| • oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego   |
| • podaje przykłady ciągów geometrycznych   |
| • wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz   |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy   |
| • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach   |
| • oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego   |
| • wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach  |
| • stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach  |
| • oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji  |
| • oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach  |
| • ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość  |
| • ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach       |
| • podaje granice ciągów $a_n = q^n$ , gdy $q \in (-1; 1)$ , $a_n = \frac{1}{n^k}$ , gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$ , gdy $a > 0$                                       |
| • rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy  |
| • stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$  |
| • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach  |
| • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny  |
| • oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach   |

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy **(K)** i **(P)**

Poziom **(P)**

|   |
|---|
| • podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki                                     |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność |

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa monotoniczność ciągu geometrycznego</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny</li> </ul>          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych</li> </ul>                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)** i **(R)**

Poziom **(R)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność ciągów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>  |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)**, **(R)** i **(D)**

Poziom **(D)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność ciągów</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach na dowodzenie własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów tych ciągów</li> </ul> |

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami – trudniejsze przypadki</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego – trudniejsze przypadki</li> </ul>  |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów **(K) – (W)**  
Poziom **(W)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej</li> </ul>  |

#### 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli opanował poziom **(K)**:

Poziom **(K)**

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math> – w prostych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pochodną funkcji do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności wielomianów – proste przypadki</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – proste przypadki</li> </ul>  |

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach</li> </ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy **(K)** i **(P)**

Poziom **(P)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice funkcji w nieskończoności</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w prostszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania optymalizacyjne w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje i stosuje schemat badania własności funkcji</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności</li> </ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)** i **(R)**

Poziom **(R)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice funkcji w nieskończoności</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>badania ciągłości funkcji</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta</li> </ul> |



|   |
|---|
| styczna tworzy z osią $OX$  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pochodną funkcji złożonej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres</li> </ul>  |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K)**, **(P)**, **(R)** i **(D)**  
 Poziom **(D)**

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci <math>y = \sqrt{f(x)}</math> oraz granice funkcji trygonometrycznych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math> – w trudniejszych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pochodną funkcji złożonej</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów **(K) – (W)**  
Poziom **(W)**

|   |
|---|
| • wyprowadza wzory na pochodne funkcji  |
| • wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji                      |
| • wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji   |
| • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności |

## 5. STATYSTYKA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli opanował poziom **(K)**  
Poziom **(K)**

|   |
|---|
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych |
| • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami                            |

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy **(K) i (P)**  
Poziom **(P)**

|   |
|---|
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych - w trudniejszych przypadkach |
| • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami – w trudniejszych przypadkach                            |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K), (P) i (R)**  
Poziom **(R)**

|  |
|--|
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby |
| • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań    |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy **(K), (P), (R) i (D)**  
Poziom **(D)**

|  |
|--|
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby w bardziej złożonych sytuacjach |
| • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań w bardziej złożonych sytuacjach    |
| • rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach  |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów **(K) – (W)**  
Poziom **(W)**

|  |
|--|
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |
|--|